

Examen de Admisión DEMAT-UG 2017

Instrucciones:

- i) Marca claramente *sólo una* de las opciones como respuesta a cada pregunta en la *hoja de respuestas anexa*.
 - ii) Entrega las hojas de preguntas, la de respuesta y las hojas que contengan tus cálculos.
 - iii) Junto al número de cada problema, indica si éste te pareció fácil, regular o difícil.
-

1. Determina la mínima n tal que:

$$1 - 2 + 3 - 4 + \dots + (-1)^{n+1}n \geq 100$$

A. 101 B. 99 C. 199 D. 200 E. 100

2. Juanita tiene 53 canicas en una bolsa oscura: 21 azules, 15 blancas y 17 amarillas. ¿Cuál es el número mínimo de canicas que tiene que sacar de la bolsa para estar cien por ciento segura de obtener por lo menos 2 canicas blancas?

A. 40 B. 38 C. 15 D. 41 E. 53

3. Un ciclista va de la ciudad D a la ciudad G, distante de 34kms de D. Le toma 3 horas y media en la ida. De regreso, le toma 3 horas. En subida, su velocidad promedio es de 8km/h, en bajada de 16km/h y en plano de 10km/h. ¿Cuántos kilómetros de subida hay al ir de D a G?

A. 10 B. 11 C. 16 D. 14 E. 9

4. Sea u_n una sucesión definida para $n \in \mathbb{N}$ por la ecuación:

$$u_{n+1} = \frac{-u_n}{1 + u_n}.$$

Si $u_0 = 2$, ¿cuánto vale u_{2017} ?

A. π B. 1 C. $\frac{3}{4}$ D. 2 E. $-\frac{2}{3}$

5. Ricardo es voluntario en la Cruz Roja y le han pedido pintar la pared de un edificio con el logotipo correspondiente (ver Figura 1). La pared en la que la va a pintar mide 3 metros de ancho por 4 metros de alto. Ricardo debe pintar toda la superficie de la pared y la superficie roja debe ser la mitad de la superficie blanca. Además, las bandas rojas deben tener la misma anchura, la banda horizontal debe cubrir todo lo ancho de la pared y la vertical todo lo alto. ¿Cuál es el ancho que deben tener las bandas rojas?

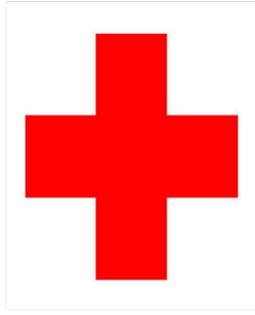


Figura 1: Cruz Roja que Ricardo quiere pintar en un edificio.

- A. $\frac{7}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}(7 - \sqrt{33})$ D. $\frac{4}{7}$ E. π

6. La ecuación de una recta es $y = 5x - 7$. Dado un punto (a, b) sobre esta recta, ¿cuál es la ecuación de la recta que es perpendicular a la recta en este punto?

- A. $y = -\frac{1}{5}x + \frac{26}{5}a - 7$
B. $y = -\frac{1}{5}x + \frac{26}{5}a + 7$
C. $y = \frac{1}{5}x + \frac{26}{5}a - 7$
D. $y = \frac{1}{5}x + \frac{26}{5}a + 7$
E. $y = -\frac{1}{5}x - \frac{26}{5}a - 7$

7. Marco y sus 4 hermanos, cada semana sortean 5 quehaceres de la casa. Cada quien saca, sin ver, uno de los 5 papelitos, los cuales dicen: baño, cocina, terraza, comedor y sala. ¿Cuál es la probabilidad que a Marco le toque lavar el baño dos semanas consecutivas?

- A. $\frac{1}{25}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{25}$ E. $\frac{5}{25}$

8. ¿Cuál de las siguientes opciones podría ser una ecuación para la curva mostrada en la Figura 2?

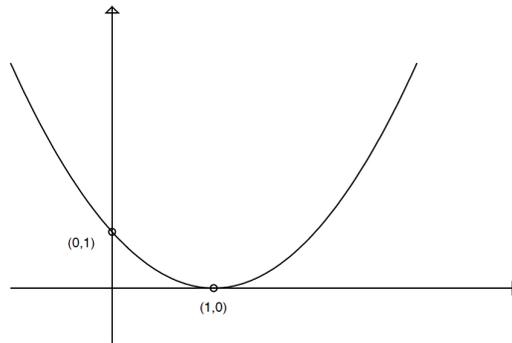


Figura 2: Gráfica para el Problema 8.

- A. $y = x^2 + 1$ B. $y = (x + 1)^2$ C. $y = |x - 1|$ D. $y = (x - 1)^2$ E. $y = |x| + x + 1$

9. Supongase que los sucesos A y B son disjuntos. ¿Bajo que condiciones el complemento de A y el complemento de B son disjuntos?

- A. Nunca.
- B. Cuando $A \cup B = S$ el espacio total de eventos.
- C. Siempre.
- D. Cuando $A \cap B$ sea un conjunto no vacío.
- E. No se puede saber de la información proporcionada.

10. Selecciona la opción que resulta al reducir la siguiente fracción:

$$\frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{2x + 1}.$$

- A. $x^2 + 2x$ B. $x^2 - \frac{2}{2x+1}$ C. $2x - 1$ D. $x^2 - 2x + 1$ E. La expresión es irreducible.

11. Considera la siguiente ecuación:

$$3e^{2x} = 5e^{4x}$$

- A. No tiene solución.
- B. Tiene muchas soluciones.
- C. La solución x es única y $x > 1$.
- D. La solución x es única y $x < 0$.
- E. La solución x es única y $0 < x < 1$.

12. Si $f(x) = 2|x - 1| + (x - 1)^2$, entonces la derivada de f en $x = 0$ es igual a:

- A. 4 B. 2 C. 0 D. -4 E. No existe.

13. Si el polinomio $P(x) = x^2 + ax + a$ es divisible por $x + b$ con $a, b \in \mathbb{R}$, entonces

- A. $b \neq 1$ y $a = -\frac{b^2}{b-1}$
- B. $b \neq 1$ y $a = -\frac{b}{b-1}$
- C. $b \neq 1$ y $a = \frac{b^2}{b-1}$
- D. $b \neq 1$ y $a = \frac{b}{b-1}$
- E. ?

14. Un recipiente tiene forma de un cono invertido (es decir con la punta hacia abajo) . Su altura es 1 metro y su base tiene un área de 1 m^2 . Se llena desde arriba a través de una manguera con un caudal de 10 litros por minuto. ¿Cuál es la función que describe la altura del agua en el cono en función del tiempo t ? (nota: el volumen de un cono de altura h y con una base con área G es $\frac{Gh}{3}$).

- A. $h(t) = (0.001t)^{\frac{1}{3}}$ B. $h(t) = (0.01t)^{\frac{1}{3}}$ C. $h(t) = (0.1t)^{\frac{1}{3}}$ D. $h(t) = (t)^{\frac{1}{3}}$ E. $h(t) = (10t)^{\frac{1}{3}}$

15. Considere la sucesión $a_1 = \frac{1}{4}$ y $a_n = a_{n-1} + \frac{1}{4}$ para $n \geq 2$. La suma de los primeros 70 términos de la sucesión es igual a:
- A. $\frac{70}{4}$. B. $\frac{4970}{4}$. C. $\frac{71}{8}$. D. $\frac{4970}{8}$. E. Ninguna de las anteriores.

16. El conjunto solución de $|3 - x| < |2 - x|$ es:

- A. $(\frac{5}{2}, \infty)$.
 B. $(-\infty, -\frac{5}{2}) \cup (\frac{5}{2}, \infty)$.
 C. Todos los números reales.
 D. No hay solución.
 E. $(-\infty, -\frac{5}{2})$

17. La suma de las soluciones de la ecuación $x^2 + x + \frac{3}{4} = 0$ es:

- A. -1. B. 0. C. $2i$. D. Ninguna de las anteriores.

18. Determine cuántas soluciones tiene el siguiente sistema de ecuaciones

$$y = x^2 - 5$$

$$y = 3x + 7.$$

- A. No tiene soluciones.
 B. Una única solución.
 C. Dos soluciones.
 D. Una infinidad de soluciones.
 E. No se puede deducir.

19. En la Figura 3, las rectas horizontales son paralelas, y también las rectas transversales lo son. ¿Cuánto valen los ángulos X y Y ?

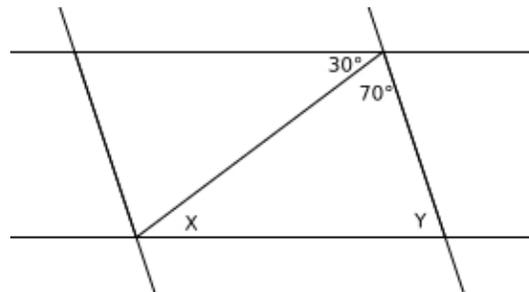


Figura 3: Rectas horizontales y transversales paralelas

- A. $X = 20^\circ$ y $Y = 90^\circ$.
 B. $X = 50^\circ$ y $Y = 60^\circ$.
 C. $X = 30^\circ$ y $Y = 80^\circ$.
 D. $X = 70^\circ$ y $Y = 40^\circ$.
 E. $X = 80^\circ$ y $Y = 30^\circ$.

20. En un circunferencia de radio 1 se dibujan 8 puntos. Para estos puntos se tiene:
- La distancia entre cualesquiera dos puntos es mayor a 1.
 - Existen al menos dos puntos cuya distancia es mayor a 1.
 - La distancia entre cualesquiera dos puntos es menor a 1.
 - Existen al menos dos puntos cuya distancia es menor a 1.
 - Ninguna de las anteriores.
21. ¿Cuál es el costo de un equipo de televisión antes de agregar los impuestos, si el costo total es de \$477, que incluye un impuesto de 6%?
- \$448.38
 - \$450.00
 - \$298.125
 - \$505.62
 - Ninguno de los anteriores.
22. En el polinomio $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ el promedio de las raíces, el producto de las raíces y la suma de a , b y c son números iguales. Si $P(0) = 2$, encuentra del valor de b .
- 10.
 - 9.
 - 8.
 - 11.
 - No se puede deducir.
23. La Figura 4 muestra una función f definida por $f(x) = |2x| + 4$ para todos los reales x . Las funciones $g(x)$ están definidas para todos los reales x . ¿Cuál de las gráficas de g interseca a la gráfica de f ?

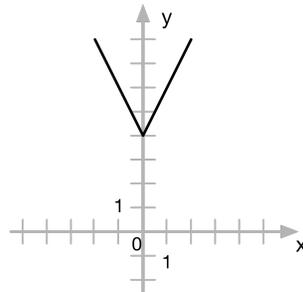


Figura 4: Gráfica de f para el problema 23.

- $g(x) = x - 2$
 - $g(x) = x + 3$
 - $g(x) = 2x - 2$
 - $g(x) = 2x + 3$
 - $g(x) = 3x - 2$
24. Un matemático, un ingeniero y un físico son amigos, y sus nombres, en algún orden, son Alberto, Bernardo y Christian. El matemático es hijo único y es el mayor de los tres, Christian es más joven que el ingeniero y está casado con la hermana de Alberto. ¿Cuáles son las profesiones respectivas de Alberto, Bernardo y Christian?
- Matemático, ingeniero, físico.
 - Ingeniero, físico, matemático.
 - Ingeniero, matemático, físico.
 - Físico, matemático, ingeniero.
 - No se puede determinar con la información dada.