

Examen de Admisión DEMAT-UG 2012

Instrucciones:

- i) Marca claramente *sólo una* de las opciones como respuesta a cada pregunta en la *hoja de respuestas anexa*.
 - ii) Contesta solamente aquellas preguntas en las que estés seguro de la respuesta.
 - iii) Las preguntas mal contestadas bajan puntos.
 - iv) Las preguntas que dejes sin contestar no bajan puntos.
 - v) Entrega las hojas de preguntas, la de respuesta y las hojas que contengan tus cálculos.
 - vi) Junto al número de cada problema, indica si éste te pareció fácil, regular o difícil.
-

1. Si $x \geq 0$, entonces $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} =$

- (A) $x\sqrt{x}$ (B) $x\sqrt[4]{x}$ (C) $\sqrt[8]{x}$ (D) $\sqrt[8]{x^3}$ (E) $\sqrt[8]{x^7}$

2. ¿Cuál puede ser el valor de un número real x que satisface $x < x^3 < x^2$?

- (A) $\frac{5}{3}$. (B) $\frac{3}{5}$. (C) $\frac{-2}{5}$. (D) $\frac{-5}{2}$. (E) No existe tal x en los números reales.

3. Un rectángulo de 3 por 4 está inscrito en un círculo. ¿Cuál es el perímetro del círculo?

- (A) 2.5π (B) 3π (C) 5π (D) 4π (E) 4.5π

4. Del tiempo $t = 0$ a $t = 1$ una población creció $i\%$ y de $t = 1$ a $t = 2$ creció $j\%$, entonces de $t = 0$ a $t = 2$ creció

- (A) $(i + j)\%$ (B) $ij\%$ (C) $(i + ij)\%$ (D) $\left(i + j + \frac{ij}{100}\right)\%$ (E) $\left(i + j + \frac{i + j}{100}\right)\%$

5. En un triángulo ABC , el ángulo en B es de 120° , el lado AB mide 3 y el lado BC mide 4. Si las perpendiculares a AB en A y a BC en B se intersectan en D , entonces el segmento CD mide

- (A) 8 (B) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ (C) $2\sqrt{7}$ (D) $\frac{11}{2}$ (E) $\frac{10}{\sqrt{3}}$

6. ¿Cuántas soluciones distintas tiene la ecuación siguiente?

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2 = 0$$

- (A) 1 (B) 0 (C) 4 (D) 2 (E) 3

7. Hay una colonia de bichos en tu casa que tiene un comportamiento extraño. Los has estado observando y te diste cuenta que:

- Cada semana el número de bichos se duplica.
- Cuando los bichos llegaron a tu casa por primera vez, era un número impar de bichos.

Dado que ahora hay 544 bichos en tu casa, ¿hace cuántas semanas fué que llegaron los bichos a tu casa?

- (A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 9 (E) 11

8. Pedro está leyendo un tomo de Harry Potter. Sumando todos los números de las páginas que ya leyó, llega a la cifra de 276. Suponiendo que Pedro empezó en la pagina 1, ¿cuál es la última página que terminó de leer?

- (A) 138 (B) 100 (C) 71 (D) 23 (E) 31

9. ¿Cuál es el lugar geométrico de los puntos del plano cuyas coordenadas (x, y) satisfacen el conjunto de desigualdades siguientes?

$$\begin{cases} x \leq 1 \\ 0 \leq x + y \\ y \leq 2 + \frac{x}{2} \\ 3 \geq y \end{cases}$$

- (A) Un segmento de línea.
(B) El interior de un triángulo.
(C) El interior de un trapecio.
(D) Un punto.
(E) Ninguno de los anteriores.

10. ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar dos dados (no cargados) la suma de los dos números que salen será 10?

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{18}$ (C) $\frac{1}{12}$ (D) $\frac{1}{36}$ (E) $\frac{1}{3}$

11. Alicia, Beto, Carlos y Daniela estaban jugando y uno de ellos rompió un florero muy caro. Todos saben quién rompió el florero. Cuando se les preguntó lo que pasó dicen lo siguiente:

Alicia: Beto rompió el florero.
Beto: Daniela rompió el florero.
Carlos: Yo no rompí el florero.
Daniela: Lo que dice Beto es mentira.

Supongamos que exactamente uno de los cuatro está mintiendo y los otros tres dicen la verdad. ¿Quién rompió el florero?

- (A) Alicia
(B) Beto
(C) Carlos
(D) Daniela
(E) No se puede determinar con la información dada.
12. Supongamos ahora que exactamente uno de los cuatro está diciendo la verdad por lo que los tres restantes mienten. ¿Quién está diciendo la verdad?
- (A) Alicia
(B) Beto
(C) Carlos
(D) Daniela
(E) No se puede determinar con la información dada.
13. Una cabra puede limpiar un terreno de dimensiones fijas comiendo la hierba en dos días. Una vaca lo limpia en tres días y un caballo en cuatro. ¿Cuánto tiempo se necesita para que los tres animales juntos limpien el terreno?
- (A) $\frac{12}{13}$ de día (B) $\frac{13}{12}$ de día (C) un día (D) 3 días (E) medio día
14. Hace 2 años Anita tenía 4 veces la edad actual de Benito. En 3 años Anita tendrá 5 veces la edad que Benito tiene ahora. ¿Cuántos años tiene ahora Benito?
- (A) 3 (B) 6 (C) 5 (D) 4 (E) ninguno de los anteriores
15. Si $2x + y = 10$, ¿qué tan grande puede ser xy ?
- (A) 12 (B) 12.5 (C) 24 (D) 25 (E) Arbitrariamente grande.

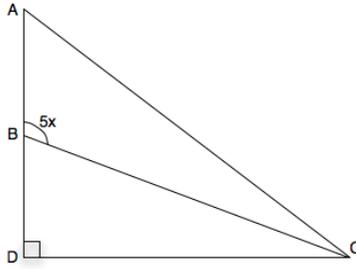


Figura 1: Diagrama para el Problema 16.

16. ¿Cuál de los siguientes valores podría ser el valor de x en el diagrama de la Figura 1?
 (A) 10° (B) 20° (C) 40° (D) 50° (E) Cualquiera de los valores anteriores.
17. α , β , γ son los ángulos interiores de un triángulo. Si $\sin(\alpha) = \frac{1}{4}$ y $\sin(\beta) = \frac{1}{3}$ entonces $\sin(\gamma) =$
 (A) $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12} \approx 0.58$
 (B) $(\frac{1}{4})(\frac{1}{3}) = \frac{1}{12} \approx 0.08$
 (C) $\frac{(\sqrt{8} + \sqrt{15})}{12} \approx 0.56$
 (D) $1 - \frac{7}{12} \approx 0.42$
 (E) Ninguna de las anteriores.
18. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa a una recta que es paralela a la recta que pasa por los puntos $(3, 1)$ y $(4, 4)$ pero distinta de ella?
 (A) $y = 3x - 8$ (B) $3y - x = 3$ (C) $y + 3x + 8 = 0$ (D) $y = 3x + 1$ (E) $y = -3x + 1$
19. A las 3pm las dos manecillas del reloj forman un ángulo recto (90 grados). ¿A qué hora vuelve a suceder esto por primera vez?
 (A) 3 de la tarde con $\frac{360}{11}$ minutos.
 (B) 3 de la tarde con $\frac{180}{11}$ minutos.
 (C) 3 de la tarde con 30 minutos.
 (D) 9 de la noche.
 (E) 3 de la tarde con $\frac{90}{11}$ minutos.
20. Una hoja de papel tiene un grosor de 0.1 mm . Cada vez que la doblamos se vuelve 2 veces más gruesa. ¿Cuántas veces hay que doblar una hoja (muy grande) para llegar a un grosor de más de $1m$?
 (A) 12 (B) 11 (C) 13 (D) 14 (E) 10

21. Encuentra la pareja (x, y) tal que x es el máximo común divisor y y es el mínimo común múltiplo de 36 y 20.

- (A) $(4, 180)$ (B) $(180, 4)$ (C) $(4, 900)$ (D) $(3, 180)$ (E) $(180, 3)$

22. Encuentra el porcentaje del área de un disco ocupado por un hexágono regular inscrito en el disco.

- (A) $\frac{3\sqrt{3}}{2}\%$ (B) $\frac{300\sqrt{3}}{\pi}\%$ (C) $\frac{150\sqrt{3}}{\pi}\%$ (D) $\frac{\sqrt{3}\pi}{150}\%$ (E) $\frac{150\pi}{\sqrt{3}}\%$

23. Los números x y y satisfacen las siguientes desigualdades:

$$2x + 3y \leq 23,$$

$$x + 2 \leq 3y,$$

$$3y + 1 \leq 4x.$$

El valor más grande posible para x es:

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

24. Sea $f(n)$ una función definida para cualquier entero $n \geq 0$, como sigue:

$$f(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0, \\ (f(n/2))^2 & \text{si } n > 0 \text{ y } n \text{ es par,} \\ 2f(n-1) & \text{si } n > 0 \text{ y } n \text{ es impar.} \end{cases}$$

¿Cuál es el valor de $f(5)$?

- (A) 8 (B) 16 (C) 32 (D) 4 (E) ninguno de los anteriores.

25. La escuela *Milenio* tiene 1000 estudiantes y un pasillo muy largo con 1000 puertas. Las puertas están numeradas del 1 al 1000.

Inicialmente todas las puertas están cerradas (pero no con llave).

El primer estudiante camina a lo largo del pasillo y abre todas las puertas.

El segundo estudiante camina en segundo lugar por el pasillo y cierra cada segunda puerta, esto es, cierra las puertas 2,4,6, etc. En este momento hay 500 puertas abiertas y 500 cerradas.

El tercer estudiante camina en tercer lugar por el corredor, cambiando el estado de cada tercer puerta. Entonces el o ella cierra la puerta 3 (que fue abierta por el primer estudiante), abre la puerta 6 (que fue cerrada por el segundo estudiante), cierra la puerta 9, etc.

Los estudiantes van caminando uno a uno, en orden, por el pasillo y el estudiante k pasa cambiando el estado de cada k puerta y esto sigue hasta que los 1000 estudiantes hayan recorrido el pasillo.

¿Cuántas puertas están cerradas inmediatamente después de que haya pasado el tercer estudiante?

- (A) 333 (B) 498 (C) 499 (D) 500 (E) 501

26. En 5 a 10 líneas escribe cuál es tu opinión acerca de la imagen de los científicos en la sociedad.